# Automatisierung von Gödel's Gottesbeweis im Computer[1]

**Christoph Benzmüller**
FU Berlin & Stanford University

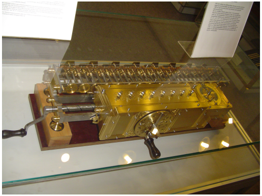
[1] Unterstützt durch DFG BE 2501/9-1/2 (Heisenberg Stip.) und BE 2501/11-1 (Sachbeihilfe Leo-III)

# Leibniz’ Vision: *Calculemus!*



*“Quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos Computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo . . . dicere: calculemus.” (Leibniz, 1684)*

Leibniz (1646–1716)



Rechenmaschine

*Streitende Philosophen klären Disput durch Formalisierung und mechanische Beweisführung*


Login | Registrierung

SPIEGEL ONLINE WISSENSCHAFT

Politik | Wirtschaft | Panorama | Sport | Kultur | Netzwelt | Wissenschaft | Gesundheit | einestages | Karriere | Uni | Schule | Reise | Auto

Nachrichten > Wissenschaft > Mensch > Mathematik > Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis

**Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis**

*Von Tobias Hürter*

picture-alliance/ Imagno/ Wiener Stadt- und Landesbibliothek

Kurt Gödel (um das Jahr 1935): Der Mathematiker hielt seinen Gottesbeweis jahrzehntelang geheim

**Ein Wesen existiert, das alle positiven Eigenschaften in sich vereint. Das bewies der legendäre Mathematiker Kurt Gödel mit einem komplizierten Formelgebilde. Zwei Wissenschaftler haben diesen Gottesbeweis nun überprüft - und für gültig befunden.**

Montag, 09.09.2013 – 12:03 Uhr

Drucken | Versenden | Merken

Jetzt sind die letzten Zweifel ausgeräumt: Gott existiert tatsächlich. Ein Computer hat es mit kalter Logik bewiesen - das MacBook des Computerwissenschaftlers Christoph Benzmüller von der Freien Universität Berlin.

Germany
- Telepolis & Heise
- Spiegel Online
- FAZ
- Die Welt
- Berliner Morgenpost
- Hamburger Abendpost
- . . .

Austria
- Die Presse
- Wiener Zeitung
- ORF
- . . .

Italy
- Repubblica
- Ilsussidario
- . . .

India
- DNA India
- Delhi Daily News
- India Today
- . . .

US
- ABC News
- . . .

International
- Spiegel International
- Yahoo Finance
- United Press Intl.
- . . .

Home | Video | Themen | Forum | English | DER SPIEGEL | SPIEGEL TV | Abo | Shop    RSS | Mobile | Newsletter

Sign in | Register

SPIEGEL ONLINE INTERNATIONAL

Front Page World Europe Germany Business Zeitgeist Newsletter

English Site > Germany > Science > Scientists Use Computer to Mathematically Prove Gödel God Theorem

**Holy Logic: Computer Scientists 'Prove' God Exists**

*By David Knight*

picture-alliance/ Imagno/ Wiener Stadt- und Landesbibliothek

Austrian mathematician Kurt Gödel kept his proof of God's existence a secret for decades. Now two scientists say they have proven it mathematically using a computer.

**Two scientists have formalized a theorem regarding the existence of God penned by mathematician Kurt Gödel. But the God angle is somewhat of a red herring -- the real step forward is the example it sets of how computers can make scientific progress simpler.**

Germany
- Telepolis & Heise
- Spiegel Online
- FAZ
- Die Welt
- Berliner Morgenpost
- Hamburger Abendpost
- . . .

Austria
- Die Presse
- Wiener Zeitung
- ORF
- . . .

Italy
- Repubblica
- Ilsussidario
- . . .

India
- DNA India
- Delhi Daily News
- India Today
- . . .

US
- ABC News
- . . .

International
- Spiegel International
- Yahoo Finance
- United Press Intl.
- . . .

**Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis**

*Von Tobias Hürter*

**Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis**

*Von Tobias Hürter*

**Holy Logic: Computer Scientists 'Prove' God Exists**

*By David Knight*

**Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis**

*Von Tobias Hürter*

**Holy Logic: Computer Scientists 'Prove' God Exists**

*By David Knight*

MEDIA & CULTURE

**Is God Real? Scientists 'Prove' His Existence With Godel's Theory And MacBooks**

**Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis**

*Von Tobias Hürter*

**Holy Logic: Computer Scientists 'Prove' God Exists**

*By David Knight*

MEDIA & CULTURE

**Is God Real? Scientists 'Prove' His Existence With Godel's Theory And MacBooks**

HOME / SCIENCE NEWS

Researchers say they used MacBook to prove Goedel's God theorem

**Formel von Kurt Gödel: Mathematiker bestätigen Gottesbeweis**

*Von Tobias Hürter*

**Holy Logic: Computer Scientists 'Prove' God Exists**

*By David Knight*

MEDIA & CULTURE

**Is God Real? Scientists 'Prove' His Existence With Godel's Theory And MacBooks**

HOME / SCIENCE NEWS

Researchers say they used MacBook to prove Goedel's God theorem

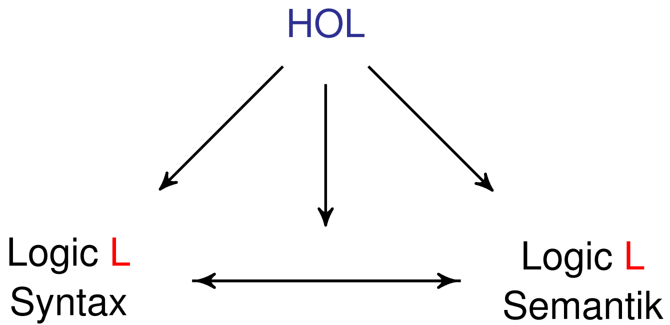
**God exists, say Apple fanboy scientists**

With the help of just one MacBook, two Germans formalize a theorem that confirms the existence of God. .

See more serious and funny news links at
`https://github.com/FormalTheology/GoedelGod/blob/master/Press/LinksToNews.md`


## Höherstufige Logik (HOL) als Universelle (Meta-)Logik

# HOL als Universelle (Meta-)Logik

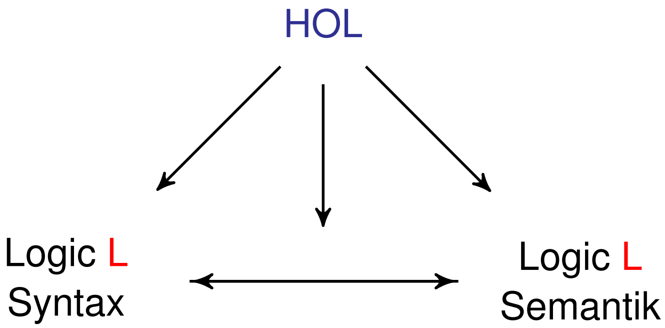



**Beispiele für Logiken L::**

Modal Logics, Conditional Logics, Intuitionistic Logics, Access Control Logics, Nominal Logics, Multivalued Logics (SIXTEEN), Logics based on Neighborhood Semantics, (Mathematical) Fuzzy Logics, Paraconsistent Logics, Free Logic . . .

**Funktioniert auch für quantifizierte Logiken!**

Freie Universität Berlin




**Beispiele für Logiken L::**

Modal Logics, Conditional Logics, Intuitionistic Logics, Access Control Logics, Nominal Logics, Multivalued Logics (SIXTEEN), Logics based on Neighborhood Semantics, (Mathematical) Fuzzy Logics, Paraconsistent Logics, Free Logic . . .

**Funktioniert auch für quantifizierte Logiken!**

# HOL als Universelle (Meta-)Logik

Freie Universität Berlin

HOL (Meta-Logik) $\varphi$ ::=

Deine Logik (Objekt-Logic) $\psi$ ::=

Einbettung in

$=$

$=$

$=$

$=$

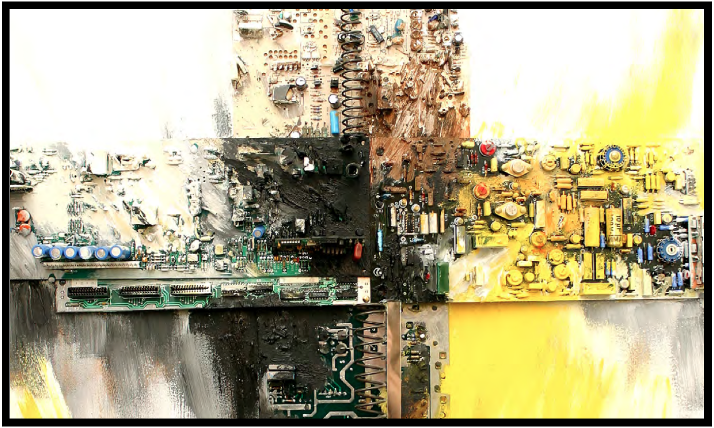
Einbettung meta-logischer Begriffe: in

*valid* $=$

*satisfiable* $=$

... $=$

Diese Menge von Gleichungen wird an Theorembeweiser übergeben.



# Kurt Gödel's Ontologischer Gottesbeweis im Computer

# Ontologischer Gottesbeweis — Eine lange Tradition

**Für und Wider**

. . . Anselm v. C. Gaunilo . . . Th. Aquinas . . . . . . Descartes Spinoza Leibniz . . . Hume Kant . . . Hegel . . . Frege . . . Hartshorne Malcolm Lewis Plantinga Gödel . . .

Anselms Definition von Gott (Proslogion, 1078):

**"Gott ist das, über das hinaus nichts gedacht werden kann."**

Kurt Gödel's Definition von Gott:

**"Gott besitzt alle positiven Eigenschaften."**

Zu zeigen durch rationales Argumentieren:

**" Gott existiert."**

# Ontologischer Gottesbeweis — Eine lange Tradition

**Für** **und** **Wider**

. . . Anselm v. C. Gaunilo . . . Th. Aquinas . . . . . . Descartes Spinoza Leibniz . . . Hume Kant . . . Hegel . . . Frege . . . Hartshorne Malcolm Lewis Plantinga Gödel . . .

Anselms Definition von Gott (Proslogion, 1078):

**“Gott ist das, über das hinaus nichts gedacht werden kann.”**

Kurt Gödel’s Definition von Gott:

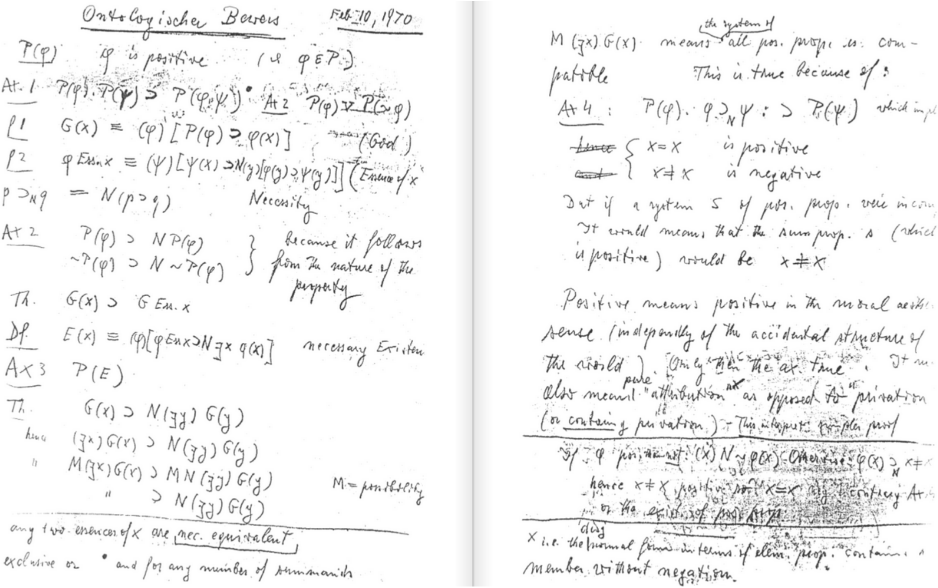
**“Gott besitzt alle positiven Eigenschaften.”**

Zu zeigen durch rationales Argumentieren:

**“Gott existiert notwendigerweise.”**

# Gödel's Manuscript: 1930's, 1941, 1946-1955, 1970

Freie Universität Berlin



**Axiom A1** Entweder eine Eigenschaft oder ihre Negation ist positiv: $\forall \phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2** Eine Eigenschaft, die notwendigerweise durch eine positive Eigenschaft impliziert wird, ist positiv: $\forall \phi. \forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**Theorem T1** Positive Eigenschaften kommen möglicherweise einer existenten Entität zu:
$$\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond \exists x. \phi(x)$$

**Definition D1** Eine *gottähnliche Entität* besitzt alle positiven Eigenschaften:
$$G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$$

**Axiom A3** Die Eigenschaft, gottähnlich zu sein, ist positiv: $P(G)$

**Korollar C** Möglicherweise existiert Gott $\Diamond \exists x. G(x)$

**Axiom A4** Positive Eigenschaften sind notwendigerweise positiv: $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2** Eine Eigenschaft ist *Essenz* einer Entität, falls sie der Entität zukommt und notwendigerweise alle Eigenschaften der Entität impliziert:
$$\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$$

**Theorem T2** Gottähnlichkeit ist Essenz jeder gottähnlichen Entität: $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

**Definition D3** Eine Entität *existiert notwendigerweise*, wenn all ihre Essenzen notwendigerweise in einer existenten Entität realisiert sind:
$$NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box \exists y. \phi(y)$$

**Axiom A5** Notwendigerweise zu existieren ist eine positive Eigenschaft: $P(NE)$

**Theorem T3** Gott existiert notwendigerweise: $\Box \exists x. G(x)$

# Dana Scott's Version von Gödel's Gottesbeweis

Freie Universität Berlin

**Axiom A1** Entweder eine Eigenschaft oder ihre Negation ist positiv: $\forall\phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2** Eine Eigenschaft, die notwendigerweise durch eine positive Eigenschaft impliziert wird, ist positiv: $\forall\phi.\forall\psi.\ (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**Theorem T1** Positive Eigenschaften kommen möglicherweise einer existenten Entität zu: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond\exists x.\phi(x)$

**Definition D1** Eine *gottähnliche Entität* besitzt alle positiven Eigenschaften: $G(x) = \forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

**Axiom A3** Die Eigenschaft, gottähnlich zu sein, ist positiv: $P(G)$

**Korollar C** Möglicherweise existiert Gott $\Diamond\exists x.G(x)$

**Axiom A4** Positive Eigenschaften sind notwendigerweise positiv: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2** Eine Eigenschaft ist *Essenz* einer Entität, falls sie der Entität zukommt und notwendigerweise alle Eigenschaften der Entität impliziert: $\phi\ ess\ x = \boxed{\phi(x) \wedge}\ (\forall\psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

**Theorem T2** Gottähnlichkeit ist Essenz jeder gottähnlichen Entität: $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

**Definition D3** Eine Entität *existiert notwendigerweise*, wenn all ihre Essenzen notwendigerweise in einer existenten Entität realisiert sind:

**Axiom A5** Notwendige

**Theorem T3** Gott existier

Unterschied zu Gödel (der den Konjunkt vermeided)

**Axiom A1** Entweder eine Eigenschaft oder ihre Negation ist positiv: $\forall \phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2** Eine Eigenschaft, die notwendigerweise durch eine positive Eigenschaft impliziert wird, ist positiv: $\forall \phi.\forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \boxed{\Box}\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**Theorem T1** Positive Eigenschaften kommen möglicherweise einer existenten Entität zu: $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond\exists x.\phi(x)$

**Definition D1** Eine *gottähnliche Entität* besitzt alle positiven Eigenschaften: $G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

**Axiom A3** Die Eigenschaft, gottähnlich zu sein, ist positiv: $P(G)$

**Korollar C** Möglicherweise existiert Gott $\boxed{\Diamond}\exists x.G(x)$

**Axiom A4** Positive Eigenschaften sind notwendigerweise positiv: $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2** Eine Eigenschaft ist *Essenz* einer Entität, falls sie der Entität zukommt und notwendigerweise alle Eigenschaften der Entität impliziert: $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

**Theorem T2** Gottähnlichkeit ist Essenz jeder gottähnlichen Entität: $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

**Definition D3** Eine Entität

einer exister

**Axiom A5** Notwendige

**Theorem T3** Gott existier

Modale Operatoren werden verwendet.
Diese modellieren **Notwendigkeit** und **Möglichkeit**.

# Dana Scott's Version von Gödel's Gottesbeweis



**Axiom A1** Entweder eine Eigenschaft oder ihre Negation ist positiv: $\forall\phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2** Eine Eigenschaft, die notwendigerweise durch eine positive Eigenschaft impliziert wird, ist positiv: $\boxed{\forall\phi.\forall\psi.}\ (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**Theorem T1** Positive Eigenschaften kommen möglicherweise einer existenten Entität zu: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond\exists x.\phi(x)$

**Definition D1** Eine *gottähnliche Entität* besitzt alle positiven Eigenschaften: $G(x) = \boxed{\forall\phi.}\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

**Axiom A3** Die Eigenschaft, gottähnlich zu sein, ist positiv: $P(G)$

**Korollar C** Möglicherweise existiert Gott $\Diamond\exists x.G(x)$

**Axiom A4** Positive Eigenschaften sind notwendigerweise positiv: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2** Eine Eigenschaft ist *Essenz* einer Entität, falls sie der Entität zukommt und notwendigerweise alle Eigenschaften der Entität impliziert: $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall\psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

**Theorem T2** Gottähnlichkeit ist Essenz jeder gottähnlichen Entität: $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

**Definition D3** Eine Entität *existiert notwendigerweise*, wenn all ihre Essenzen notwendigerweise in einer existenten Entität realisiert sind:

**Axiom A5** Notwendige

**Theorem T3** Gott existier

Allaussagen über Eigenschaften

# Dana Scott's Version von Gödel's Gottesbeweis — Demo

**Axiom A1** Entweder eine Eigenschaft oder ihre Negation ist positiv: $\forall\phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2** Eine Eigenschaft, die notwendigerweise durch eine positive Eigenschaft impliziert wird, ist positiv: $\forall\phi.\forall\psi.\ (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**Theorem T1** Positive Eigenschaften kommen möglicherweise einer existenten Entität zu:
$$\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond\exists x.\phi(x)$$

**Definition D1** Eine *gottähnliche Entität* besitzt alle positiven Eigenschaften:
$$G(x) = \forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$$

**Axiom A3** Die Eigenschaft, gottähnlich zu sein, ist positiv: $P(G)$

**Korollar C** Möglicherweise existiert Gott $\Diamond\exists x.G(x)$

**Axiom A4** Positive Eigenschaften sind notwendigerweise positiv: $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2** Eine Eigenschaft ist *Essenz* einer Entität, falls sie der Entität zukommt und notwendigerweise alle Eigenschaften der Entität impliziert:
$$\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall\psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$$

**Theorem T2** Gottähnlichkeit ist Essenz jeder gottähnlichen Entität: $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

**Definition D3** Eine Entität *existiert notwendigerweise*, wenn all ihre Essenzen notwendigerweise in einer existenten Entität realisiert sind:
$$NE(x) = \forall\phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box\exists y.\phi(y)$$

**Axiom A5** Notwendigerweise zu existieren ist eine positive Eigenschaft: $P(NE)$

**Theorem T3** Gott existiert notwendigerweise: $\Box\exists x.G(x)$

# Dana Scott's Version von Gödel's Gottesbeweis — Demo

**Axiom A1** $\forall\phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2**

$$\forall\phi.\forall\psi.\ (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$$

**Theorem T1**

$$\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Diamond\exists x.\phi(x)$$

**Definition D1**

$$G(x) = \forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$$

**Axiom A3** $P(G)$

**Korollar C** $\Diamond\exists x.G(x)$

**Axiom A4** $\forall\phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2**

$$\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall\psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$$

**Theorem T2** $\forall x.\ G(x) \rightarrow G\ ess\ x$

**Definition D3**

$$NE(x) = \forall\phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box\exists y.\phi(y)$$

**Axiom A5** $P(NE)$

**Theorem T3** $\Box\exists x.G(x)$

**Axiom A1** $\forall \phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**Axiom A2**

$$\forall \phi.\forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$$

**Theorem T1**

**Definition D1**

$$G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$$

**Axiom A3** $P(G)$

**Korollar C**

**Axiom A4** $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**Definition D2**

$$\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$$

**Theorem T2**

**Definition D3**

$$NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box \exists y.\phi(y)$$

**Axiom A5** $P(NE)$

**Theorem T3** $\Box \exists x. G(x)$

# Dana Scott's Version von Gödel's Gottesbeweis — Demo

**A1:** $\forall \phi.\ P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**A2:** $\forall \phi. \forall \psi.\ (P(\phi) \land \Box \forall x.\ \phi(x) \to \psi(x)) \to P(\psi)$

**D1:** $G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \to \phi(x)$

**A3:** $P(G)$

**A4:** $\forall \phi.\ P(\phi) \to \Box P(\phi)$

**D2:** $\phi\ ess\ x = \phi(x) \land (\forall \psi.\ \psi(x) \to \Box \forall y.\ \phi(y) \to \psi(y))$

**D3:** $NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \to \Box \exists y. \phi(y)$

**A5:** $P(NE)$

**T3:** $\Box \exists x. G(x)$

# Demo: Beweisassistenzsystem ISABELLE

**A1:** $\forall \phi.\ P(\neg \phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**A2:** $\forall \phi. \forall \psi.\ (P(\phi) \wedge \Box \forall x.\ \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**D1:** $G(x) = \forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

**A3:** $P(G)$

**A4:** $\forall \phi.\ P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

**D2:** $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall \psi.\ \psi(x) \rightarrow \Box \forall y.\ \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

**D3:** $NE(x) = \forall \phi.\ \phi\ ess\ x \rightarrow \Box \exists y. \phi(y)$

**A5:** $P(NE)$

**T3:** $\Box \exists x. G(x)$

# Demo: Beweisassistenzsystem Isabelle

Freie Universität Berlin

**A1:** $\forall\phi.\, P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)$

**A2:** $\forall\phi.\forall\psi.\, (P(\phi) \wedge \Box\forall x.\, \phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow P(\psi)$

**D1:** $G(x) = \forall\phi.\, P(\phi) \rightarrow \phi(x)$

**A3:** $P(G)$

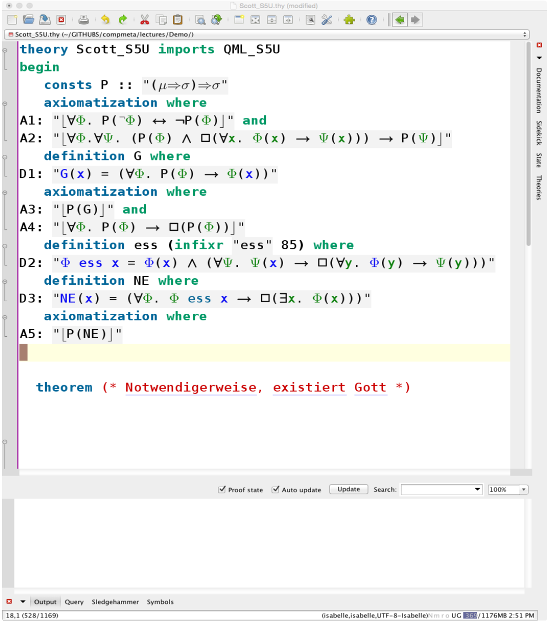
**A4:** $\forall\phi.\, P(\phi) \rightarrow \Box P(\phi)$

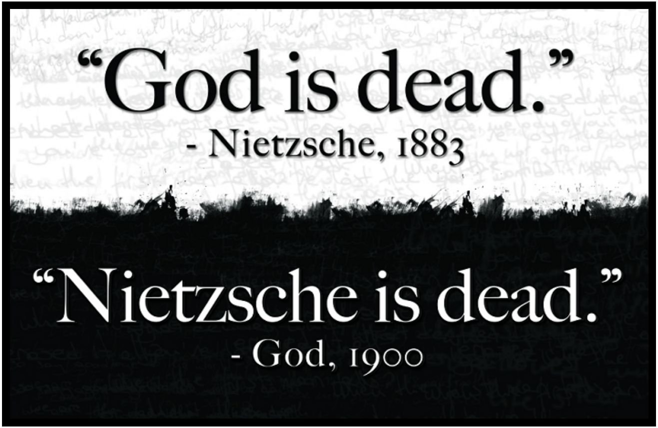
**D2:** $\phi\ ess\ x = \phi(x) \wedge (\forall\psi.\, \psi(x) \rightarrow \Box\forall y.\, \phi(y) \rightarrow \psi(y))$

**D3:** $NE(x) = \forall\phi.\, \phi\ ess\ x \rightarrow \Box\exists y.\phi(y)$

**A5:** $P(NE)$

**T3:** $\Box\exists x.G(x)$






## Resultate unserer Analyse

[BenzmüllerWoltzenlogelPaleo, ECAI, 2014 & IJCAI, 2016]

| | HOL encoding | dependencies | logic | status | LEO-II const/vary | Satallax const/vary | Nitpick const/vary |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | $[\dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}(\lambda X_\mu\text{.}\, \dot{\neg}(\phi X)) \dot{\equiv} \dot{\neg}(p\phi)]$ | | | | | | |
| A2 | $[\dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, \dot{\forall}\psi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, (p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \,\dot{\wedge}\, \dot{\Box}\dot{\forall}X_\mu\text{.}\, (\phi X \dot{\supset} \psi X)) \dot{\supset} p\psi]$ | | | | | | |
| T1 | $[\dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot{\supset} \dot{\Diamond}\dot{\exists}X_\mu\text{.}\, \phi X]$ | A1(⊃), A2 | K | THM | 0.1/0.1 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2 | K | THM | 0.1/0.1 | 0.0/5.2 | —/— |
| D1 | $g_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu\text{.}\, \dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot{\supset} \phi X$ | | | | | | |
| A3 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\, g_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| C | $[\dot{\Diamond}\dot{\exists}X_\mu\text{.}\, g_{\mu\to\sigma}X]$ | T1, D1, A3 | K | THM | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3 | K | THM | 0.0/0.0 | 5.2/31.3 | —/— |
| A4 | $[\dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot{\supset} \dot{\Box}p\phi]$ | | | | | | |
| D2 | $\mathbf{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, \lambda X_\mu\text{.}\, \phi X \,\dot{\wedge}\, \dot{\forall}\psi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, (\psi X \dot{\supset} \dot{\Box}\dot{\forall}Y_\mu\text{.}\, (\phi Y \dot{\supset} \psi Y))$ | | | | | | |
| T2 | $[\dot{\forall}X_\mu\text{.}\, g_{\mu\to\sigma}X \dot{\supset} (\mathbf{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma}\, gX)]$ | A1, D1, A4, D2 | K | THM | 19.1/18.3 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2 | K | THM | 12.9/14.0 | 0.0/0.0 | —/— |
| D3 | $\mathbf{NE}_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu\text{.}\, \dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, (\mathbf{ess}\,\phi X \dot{\supset} \dot{\Box}\dot{\exists}Y_\mu\text{.}\, \phi Y)$ | | | | | | |
| A5 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\mathbf{NE}_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| T3 | $[\dot{\Box}\dot{\exists}X_\mu\text{.}\, g_{\mu\to\sigma}X]$ | D1, C, T2, D3, A5 | K | CSA | —/— | —/— | 3.8/6.2 |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | K | CSA | —/— | —/— | 8.2/7.5 |
| | | D1, C, T2, D3, A5 | KB | THM | 0.0/0.1 | 0.1/5.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| MC | $[s_\sigma \dot{\supset} \dot{\Box}s_\sigma]$ | D2, T2, T3 | KB | THM | 17.9/— | 3.3/3.2 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| FG | $[\dot{\forall}\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, \dot{\forall}X_\mu\text{.}\, (g_{\mu\to\sigma}X \dot{\supset} (\dot{\neg}(p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi) \dot{\supset} \dot{\neg}(\phi X)))]$ | A1, D1 | KB | THM | 16.5/— | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | 12.8/15.1 | 0.0/5.4 | —/— |
| MT | $[\dot{\forall}X_\mu\text{.}\, \dot{\forall}Y_\mu\text{.}\, (g_{\mu\to\sigma}X \dot{\supset} (g_{\mu\to\sigma}Y \dot{\supset} X \dot{=} Y))]$ | D1, FG | KB | THM | —/— | 0.0/3.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| CO | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | SAT | —/— | —/— | 7.3/7.4 |
| D2' | $\mathbf{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, \lambda X_\mu\text{.}\, \dot{\forall}\psi_{\mu\to\sigma}\text{.}\, (\psi X \dot{\supset} \dot{\Box}\dot{\forall}Y_\mu\text{.}\, (\phi Y \dot{\supset} \psi Y))$ | | | | | | |
| CO' | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1(⊃), A2, D2', D3, A5 | KB | UNS | 7.5/7.8 | —/— | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2', D3, A5 | KB | UNS | —/— | —/— | —/— |

| | HOL encoding | dependencies | logic | status | LEO-II const/vary | Satallax const/vary | Nitpick const/vary |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}(\lambda X_\mu.\, \dot\neg(\phi X)) \dot\equiv \dot\neg(p\phi)]$ | | | | | | |
| A2 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}.\, (p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\wedge \dot\Box\dot\forall X_\mu.\, (\phi X \dot\supset \psi X)) \dot\supset p\psi]$ | | | | | | |
| T1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\supset \dot\Diamond\dot\exists X_\mu.\, \phi X]$ | A1(⊃), A2 | K | THM | 0.1/0.1 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2 | K | THM | 0.1/0.1 | 0.0/5.2 | —/— |
| D1 | $g_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu.\, \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\supset \phi X$ | | | | | | |
| A3 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\, g_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| C | $[\dot\Diamond\dot\exists X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma}X]$ | T1, D1, A3 | K | THM | 0.0/0.0 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3 | K | THM | 0.0/0.0 | 5.2/31.3 | —/— |
| A4 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\supset \dot\Box p\phi]$ | | | | | | |
| D2 | $\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}.\, \lambda X_\mu.\, \phi X \dot\wedge \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}.\, (\psi X \dot\supset \dot\Box\dot\forall Y_\mu.\, (\phi Y \dot\supset \psi Y))$ | | | | | | |
| T2 | $[\dot\forall X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma}X \dot\supset (\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma}\, g X)]$ | A1, D1, A4, D2 | K | THM | 19.1/18.3 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2 | K | THM | 12.9/14.0 | 0.0/0.0 | —/— |
| D3 | $\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu.\, \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, (e$ | | | | | | |
| A5 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| T3 | $[\dot\Box\dot\exists X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma}X]$ | | | | | | |
| MC | $[s_\sigma \dot\supset \dot\Box s_\sigma]$ | | | | | | |
| FG | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, \dot\forall X_\mu.\, (g_{\mu\to\sigma}X \dot\supset ($ | | | | | | |
| MT | $[\dot\forall X_\mu.\, \dot\forall Y_\mu.\, (g_{\mu\to\sigma}X \dot\supset (g_\mu$ | | | | | | |
| CO | ∅ (no goal, check for cons | | | | | | |
| D2' | $\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}.\, \lambda$ | | | | | | |
| CO' | ∅ (no goal, check for cons | | | | | | |

## Automatisierung von Scott's Variante

**Zusammenfassung**

- **Beweis geprüft und automatisiert**
- **Logik KB ist ausreichend (oft kritisierte Logik S5 nicht nötig!)**
- **Konstante und variable Domänen (Individuen)**
- **Exakte Abhängigkeiten bestimmt**
- **Beweiser haben teils alternative Beweise gefunden**
  **z.B. Selbst-Identität $\lambda x(x = x)$ wird nicht benötigt**

## Konsistenz/Widerspruchsfreiheit: Gödel vs. Scott

- **Scott's Annahmen sind widerspruchsfrei; gezeigt durch Nitpick**
- **Gödel's Annahmen sind widersprüchlich; gezeigt durch by LEO-II (Neues Philosophisches Resultat?!)**

| | HOL encoding | dependencies | logic | status | LEO-II const/vary | Satallax const/vary | Nitpick const/vary |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}(\lambda X_\mu\text{.}\ \dot\neg(\phi X)) \,\dot\equiv\, \dot\neg(p\phi)]$ | | | | | | |
| A2 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ (p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \,\dot\wedge\, \dot\Box\dot\forall X_\mu\text{.}\ (\phi X \,\dot\supset\, \psi X)) \,\dot\supset\, p\psi]$ | | | | | | |
| T1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \,\dot\supset\, \dot\Diamond\dot\exists$ | | | | | | |
| D1 | $g_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu\text{.}\ \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ p_{(\mu-}$ | | | | | | |
| A3 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\, g_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| C | $[\dot\Diamond\dot\exists X_\mu\text{.}\ g_{\mu\to\sigma}X]$ | | | | | | |
| A4 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \,\dot\supset\, \dot\Box p$ | | | | | | |
| D2 | $\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ \lambda$ | | | | | | |
| T2 | $[\dot\forall X_\mu\text{.}\ g_{\mu\to\sigma}X \,\dot\supset\, (\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)}$ | | | | | | |
| D3 | $\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu\text{.}\ \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ (\mathrm{e}$ | | | | | | |
| A5 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| T3 | $[\dot\Box\dot\exists X_\mu\text{.}\ g_{\mu\to\sigma}X]$ | | | | | | |
| | | D1, C, T2, D3, A5 | KB | THM | 0.0/0.1 | 0.1/5.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| MC | $[s_\sigma \,\dot\supset\, \dot\Box s_\sigma]$ | D2, T2, T3 | KB | THM | 17.9/— | 3.3/3.2 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| FG | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ \dot\forall X_\mu\text{.}\ (g_{\mu\to\sigma}X \,\dot\supset\, (\dot\neg(p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi) \,\dot\supset\, \dot\neg(\phi X)))]$ | A1, D1 | KB | THM | 16.5/— | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | 12.8/15.1 | 0.0/5.4 | —/— |
| MT | $[\dot\forall X_\mu\text{.}\ \dot\forall Y_\mu\text{.}\ (g_{\mu\to\sigma}X \,\dot\supset\, (g_{\mu\to\sigma}Y \,\dot\supset\, X \,\dot=\, Y))]$ | D1, FG | KB | THM | —/— | 0.0/3.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| CO | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | SAT | —/— | —/— | 7.3/7.4 |
| D2' | $\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ \lambda X_\mu\text{.}\ \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}\text{.}\ (\psi X \,\dot\supset\, \dot\Box\dot\forall Y_\mu\text{.}\ (\phi Y \,\dot\supset\, \psi Y))$ | | | | | | |
| CO' | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1(⊃), A2, D2', D3, A5 | KB | UNS | 7.5/7.8 | —/— | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2', D3, A5 | KB | UNS | —/— | —/— | —/— |

| | HOL encoding | dependencies | logic | status | LEO-II const/vary | Satallax const/vary | Nitpick const/vary |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}(\lambda X_\mu.\, \dot\neg(\phi X)) \dot\equiv \dot\neg(p\phi)]$ | | | | | | |
| A2 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}.\, (p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\wedge \dot\Box\dot\forall X_\mu.\, (\phi X \dot\supset \psi X)) \dot\supset p\psi]$ | | | | | | |
| T1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\supset \dot\Diamond\dot\exists X_\mu.\, \phi X]$ | A1(⊃), A2 | K | THM | 0.1/0.1 | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2 | K | THM | 0.1/0.1 | 0.0/5.2 | —/— |
| D1 | $g_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu.\, \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu-}$ … $\phi \dot\supset \phi X$ | | | | | | |
| A3 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma} g_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| C | $[\dot\Diamond\dot\exists X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma} X]$ | | | | | | |
| A4 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \dot\supset \dot\Box p$ … | | | | | | |
| D2 | $\mathbf{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}.\, \lambda$ … | | | | | | |
| T2 | $[\dot\forall X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma} X \dot\supset (\mathbf{ess}_{(\mu\to\sigma)-}$ … | | | | | | |
| D3 | $\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu.\, \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, (\mathbf{e}$ … | | | | | | |
| A5 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| T3 | $[\dot\Box\dot\exists X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma} X]$ | D1, C, T2, D3, A5 | K | CSA | —/— | —/— | 3.8/6.2 |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | K | CSA | —/— | —/— | 8.2/7.5 |
| | | D1, C, T2, D3, A5 | KB | THM | 0.0/0.1 | 0.1/5.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| MC | $[s_\sigma \dot\supset \dot\Box s_\sigma]$ | D2, T2, T3 | KB | THM | 17.9/— | 3.3/3.2 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| FG | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, \dot\forall X_\mu.\, (g_{\mu\to\sigma} X \dot\supset (\dot\neg(p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi) \dot\supset \dot\neg(\phi X)))]$ | A1, D1 | KB | THM | 16.5/— | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | 12.8/15.1 | 0.0/5.4 | —/— |
| MT | $[\dot\forall X_\mu.\, \dot\forall Y_\mu.\, (g_{\mu\to\sigma} X \dot\supset (g_{\mu\to\sigma} Y \dot\supset X \doteq Y))]$ | D1, FG | KB | THM | —/— | 0.0/3.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| CO | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | SAT | —/— | —/— | 7.3/7.4 |
| D2' | $\mathbf{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}.\, \lambda X_\mu.\, \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}.\, (\psi X \dot\supset \dot\Box\dot\forall Y_\mu.\, (\phi Y \dot\supset \psi Y))$ | | | | | | |
| CO' | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1(⊃), A2, D2', D3, A5 | KB | UNS | 7.5/7.8 | —/— | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2', D3, A5 | KB | UNS | —/— | —/— | —/— |

## Weitere Resultate

- **Monotheismus gilt**
- **Gott ist fehlerfrei**

## Modaler Kollaps (Sobel)

$$\forall\varphi(\varphi \supset \Box\varphi)$$

- bewiesen durch LEO-II und Satallax
- für konstante und variable Quantoren (ind.)

**Hauptkritik an Gödel's Beweis.**

- Es gibt keine kontingenten Wahrheiten
- Alles ist determiniert / kein freier Wille

| | HOL encoding | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}(\lambda X_\mu.\, \dot\neg$ … | | | | | | |
| A2 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}.\, (p_{(\mu\to\sigma)\to}$ … | | | | | | |
| T1 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \,\dot\supset\, \dot\Diamond\dot\exists$ … | | | | | | |
| D1 | $g_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu.\, \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu-}$ … | | | | | | |
| A3 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\, g_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| C | $[\dot\Diamond\dot\exists X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma}X]$ | | | | | | |
| A4 | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi \,\dot\supset\, \dot\Box p$ … | | | | | | |
| D2 | $\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}.\, \lambda$ … | | | | | | |
| T2 | $[\dot\forall X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma}X \,\dot\supset\, (\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)}$ … | | | | | | |
| D3 | $\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma} = \lambda X_\mu.\, \dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, (\mathrm{e}$ … | | | | | | |
| A5 | $[p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\mathrm{NE}_{\mu\to\sigma}]$ | | | | | | |
| T3 | $[\dot\Box\dot\exists X_\mu.\, g_{\mu\to\sigma}X]$ | | | | | | |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| MC | $[s_\sigma \,\dot\supset\, \dot\Box s_\sigma]$ | D2, T2, T3 | KB | THM | 17.9/— | 3.3/3.2 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| FG | $[\dot\forall\phi_{\mu\to\sigma}.\, \dot\forall X_\mu.\, (g_{\mu\to\sigma}X \,\dot\supset\, (\dot\neg(p_{(\mu\to\sigma)\to\sigma}\phi) \,\dot\supset\, \dot\neg(\phi X)))]$ | A1, D1 | KB | THM | 16.5/— | 0.0/0.0 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | 12.8/15.1 | 0.0/5.4 | —/— |
| MT | $[\dot\forall X_\mu.\, \dot\forall Y_\mu.\, (g_{\mu\to\sigma}X \,\dot\supset\, (g_{\mu\to\sigma}Y \,\dot\supset\, X \,\dot=\, Y))]$ | D1, FG | KB | THM | —/— | 0.0/3.3 | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | THM | —/— | —/— | —/— |
| CO | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1, A2, D1, A3, A4, D2, D3, A5 | KB | SAT | —/— | —/— | 7.3/7.4 |
| D2' | $\mathrm{ess}_{(\mu\to\sigma)\to\mu\to\sigma} = \lambda\phi_{\mu\to\sigma}.\, \lambda X_\mu.\, \dot\forall\psi_{\mu\to\sigma}.\, (\psi X \,\dot\supset\, \dot\Box\dot\forall Y_\mu.\, (\phi Y \,\dot\supset\, \psi Y))$ | | | | | | |
| CO' | $\emptyset$ (no goal, check for consistency) | A1($\supset$), A2, D2', D3, A5 | KB | UNS | 7.5/7.8 | —/— | —/— |
| | | A1, A2, D1, A3, A4, D2', D3, A5 | KB | UNS | —/— | —/— | —/— |

# Vermeidung des Modalen Kollaps: Neuere Varianten

Freie Universität Berlin

SOME EMENDATIONS OF GÖDEL'S ONTOLOGICAL PROOF

C. Anthony Anderson

Kurt Gödel's version of the ontological argument was shown by J. Howard Sobel to be defective, but some plausible modifications in the argument result in a version which is immune to Sobel's objection. A definition is suggested which permits the proof of some of Gödel's axioms.

Gödel's Ontological Proof Revisited *

C. Anthony Anderson and Michael Gettings

University of California, Santa Barbara
Department of Philosophy

Gödel's version of the modal ontological argument for the existence of God has been criticized by J. Howard Sobel [5] and modified by C. Anthony Anderson [1]. In the present paper we consider the extent to which Anderson's emendation is defeated by the type of objection first offered by the Monk Gaunilo to St. Anselm's original Ontological Argument. And we try to push the analysis of this Gödelian argument a bit further to bring it into closer agreement with the details of Gödel's own formulation. Finally, we indicate what seems to be the main weakness of this emendation of Gödel's attempted proof.

Magari and others on Gödel's ontological proof

Petr Hájek
Institute of Computer Science, Academy of Sciences
182 07 Prague, Czech Republic
e-mail: hajek@uivt.cas.cz

1 Introduction

This paper is a continuation of my paper [H] and concentrates almost exclusively to mathematical properties of logical systems underlying Gödel's ontological proof [G] and its variant by Anderson [A], with special care paid to Magari's criticism [M]. Since [H] is written in German, we shall try to summarize its content in such a way that knowledge of [H] will be not obligatory for reading the present paper (even it remains advantageous). Here we describe

Der Mathematiker und die Frage der Existenz Gottes
(betreffend Gödels ontologischen Beweis)

Es ist gut, daß wir nicht wissen,
sondern glauben, daß ein Gott sei.
(Kant, Nachlaß)

1. Einführung

Gödels zu Lebzeiten unveröffentlichter Beweis für die notwendige Existenz eines Gott-ähnlichen Wesens hat sowohl philosophisches als auch mathematisches Interesse geweckt. Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, zu einer Deutung des Gödelschen Textes beizutragen, 1. durch Kommentierung der einschlägigen Literatur und 2. durch Bereitstellung von etwas Modelltheorie. Die Arbeit enthält keinen philosophischen Beitrag. Während der letzten Jahre habe ich etliche Male über Gödels Gottesbeweis vorgetragen, insbesondere auf dem Symposium zur Feier von Professor Gert Müller (Heidelberg, Jänner 1991), doch habe ich niemals beabsichtigt, eine Veröffentlichung über das Thema zu machen. Da ich wiederholt um eine schriftliche Version gebeten wurde, entschloß ich mich, schnell eine „erweiterte Kurzfassung"[1] zu schreiben, ohne aus ihr einen

PETR HÁJEK

A New Small Emendation of Gödel's Ontological Proof

Keywords: Ontological proof, Gödel, modal logic, comprehension, positive properties.

1. Introduction

Gödel's ontological proof of necessary existence of a godlike being was finally published in the third volume of Gödel's collected works [7]; but it became known in 1970 when Gödel showed the proof to Dana Scott and Scott presented it (in fact a variant of it) at a seminar at Princeton. Detailed history is found in Adams' introductory remarks to the ontological proof in [7]. The proof uses modal logic and its analysis is an exciting exercise in systems of formal modal logic. Needles to say, formal modal logic has found several

Understanding Gödel's Ontological Argument

FRODE BJØRDAL

In 1970 Kurt Gödel, in a hand-written note entitled "Ontologischer Beweis", put forward an ontological argument for the existence of God, making use of second-order modal logical principles. Let the second-order formula P(F) stand for "the property F is positive", and let "God" signify the property of being God-like. Gödel presupposes the following definitions:

# Vermeidung des Modalen Kollaps: Neuere Varianten

Freie Universität Berlin

SOME EMENDATIONS OF GÖDEL'S ONTOLOGICAL PROOF

C. Anthony Anderson

Kurt Gödel's version of the ontological argument was shown by J. Howard Sobel to be defective, but some plausible modifications in the argument result in a version which is immune to Sobel's objection. A definition is suggested which permits the proof of some of Gödel's axioms

Gödel's Ontological Proof Revisited *

C. Anthony Anderson and Michael Gettings

University of California, Santa Barbara
Department of Philosophy

Gödel's version of the modal ontological argument for the existence of God has been criticized by J. Howard Sobel [5] and modified by C. Anthony Anderson [1]. In the present paper we consider the extent to which Anderson's emendation is defeated by the type of objection first offered by the Monk Gaunilo to St. Anselm's original Ontological Argument. And we try to push the analysis of this Gödelian argument a bit further to bring it into closer agreement with the details of Gödel's own formulation. Finally, we indicate what seems to be the main weakness of this emendation of Gödel's attempted proof.

Magari and others on Gödel's ontological proof

Petr Hájek
Institute of Computer Science, Academy of Sciences
182 07 Prague, Czech Republic
e-mail: hajek@uivt.cas.cz

1 Introduction

This paper is a continuation of my paper [H] and concentrates almost exclusively to mathematical properties of logical systems underlying Gödel's ontological proof [G] and its variant by Anderson [A], with special care paid to Magari's criticism [M]. Since [H] is written in German, we shall try to summarize its content in such a way that knowledge of [H] will be not obligatory for reading the present paper (even it remains advantageous). Here we describe

Der Mathematiker und die Frage der Existenz Gottes
(betreffend Gödels ontologischen Beweis)

... sondern glauben, daß ein Gott sei.
(Kant, Nachlaß)

1. Einführung

Gödels zu Lebzeiten unveröffentlichter Beweis für die notwendige Existenz eines Gott-ähnlichen Wesens hat sowohl philosophisches als auch mathematisches Interesse geweckt. Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, zu einer Deutung des Gödelschen Textes beizutragen, 1. durch Kommentierung der einschlägigen Literatur und 2. durch Bereitstellung von etwas Modelltheorie. Die Arbeit enthält keinen philosophischen Beitrag. Während der letzten Jahre habe ich etliche Male über Gödels Gottesbeweis vorgetragen, insbesondere auf dem Symposium zur Feier von Professor Gert Müller (Heidelberg, Jänner 1991), doch habe ich niemals beabsichtigt, eine Veröffentlichung über das Thema zu machen. Da ich wiederholt um eine schriftliche Version gebeten wurde, entschloß ich mich, schnell eine „erweiterte Kurzfassung"[1] zu schreiben, ohne aus ihr einen

PETR HÁJEK — A New Small Emendation of Gödel's Ontological Proof

Keywords: Ontological proof, Gödel, modal logic, comprehension, positive properties.

1. Introduction

Gödel's ontological proof of necessary existence of a godlike being was finally published in the third volume of Gödel's collected works [7], but it became known in 1970 when Gödel showed the proof to Dana Scott and Scott presented it (in fact a variant of it) at a seminar at Princeton. Detailed history is found in Adams' introductory remarks to the ontological proof in [7]. The proof uses modal logic and its analysis is an exciting exercise in systems of formal modal logic. Needles to say, formal modal logic has found several

Understanding Gödel's Ontological Argument

FRODE BJØRDAL

In 1970 Kurt Gödel, in a hand-written note entitled "Ontologischer Beweis", put forward an ontological argument for the existence of God, making use of second-order modal logical principles. Let the second-order formula P(F) stand for "the property F is positive", and let "God" signify the property of being God-like. Gödel presupposes the following definitions:

Computer-supported Clarification of Controversy
1st World Congress on Logic and Religion, 2015

# Zusammenfassung

## Was haben wir erreicht?

- Signifikanter Beitrag in Richtung **Komputationale Metaphysik**
- **Neue Einsichten** durch Einsatz von **HOL-**Theorembeweisern
- Infrastruktur can angepasst werden für **andere Logiken und Logik-Kombinationen**
- **Basis-Technology funktioniert schon sehr gut**; weitere Verbesserungen leicht möglich

## Relevanz (Grundlagen und Anwendungen)

- Philosophie, KI, Informatik,Computerlinguistik, Mathematik

## Laufende und Weitere Arbeiten

- (Prämierte) Vorlesung **Komputationale Metaphysik** an der FU Berlin
- Landschaft verifizierter/falsifizierter Ontologischer Argumente
- Jeder kann mitmachen: `https://github.com/FormalTheology/GoedelGod.git`